View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk brought to you by CORE

*НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ «ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ» №1, 2012*

УДК 004.056.5 (045) **Горніцька Д.А., Волянська В.В., Корченко А.О.**

# ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ВАЖЛИВОСТІ ДЛЯ ЕКСПЕРТНОГО ОЦІНЮВАННЯ У ГАЛУЗІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

У статті досліджено методи визначення коефіцієнтів важливості з метою їх подальшого застосування при проведенні експертиз в галузі інформаційної безпеки. Для кожної групи методів наведено конкретний приклад використання для оцінки параметрів або прийняття рішень в багатокритеріальних задачах інформаційної безпеки. Визначено ряд параметрів, які впливають на доцільність використання того або іншого методу в умовах конкретної експертизи. Отримані результати мають вагоме практичне значення та дозволяють підвищити об єктивність і спростити проведення експертного оцінювання та подальшу обробку результатів.

Ключові слова: інформаційна безпека, експертне оцінювання, експертиза, коефіцієнт важливості, пріоритет критеріїв, оптимальне рішення, багатокритеріальна задача.

Експертне оцінювання (ЕО) у галузі інформаційної безпеки (ІБ) проводиться відповідною експертною групою (ЕГ), до складу якої входять незалежні фахівці. В ході експертизи різноманітні параметри підлягають оцінці з боку ЕГ і в подальшому виникає необхідність обробки отриманих даних з метою їх узагальнення та формування кінцевих результатів експертизи. Початковою інформацією для обробки є судження, що відображають переваги експертів, у числовій і лінгвістичній формі, тому є необхідність використання якісних і кількісних методів обробки результатів ЕО. Кількісні методи є більш зручними з точки зору їх застосування під час такого оцінювання. Для агрегації (узагальнення) результатів експертизи виникає необхідність використання параметру, який би відображав переваги експерта. Ним може слугувати коефіцієнт важливості (КВ), який широко використовується для побудови рішення в багатокритеріальних задачах [1-6] та математичному програмуванні [7-9].

Роботи [10], [11] присвячені огляду сучасних методів формування КВ, але в них не розкрито особливості використання методів для галузі ІБ та не проведено аналізу параметрів, які впливають на вибір того або іншого методу, що є актуальним при реалізації ЕО. У зв'язку з цим метою даної роботи є дослідження сучасних методів визначення КВ для проведення їх порівняння та визначення чинників, які впливають на доцільність їхнього використання в конкретних умовах проведення експертизи.

Всі методи визначення пріоритету критеріїв (важливості критеріїв, обробки результатів експертизи, формування експертних суджень) прийнято поділяти на якісні та кількісні відповідно до інформації, яка надходить від експертів (вербальна або кількісна). Якісні методи придатні для тих випадків, коли метою експертизи є отримання якісних оцінок певних критеріїв об'єкту, визначення найкращої альтернативи, а кількісна характеристика носить другорядний характер [11]. В іншому випадку, коли необхідно отримати числові оцінки, використовують кількісні методи.

До *якісних методів* визначення пріоритету критеріїв відносять методи ,,Делфі" (МД), ранжирування (МР), бінарних (БП) та множинних порівнянь (МП), нормалізації (МН), вектору переваг (ВП), а також кластерного аналізу (КА).

*МД* [12] найбільш розповсюджений і у класичному варіанті зводиться до ітеративного анкетного опитування, де експерти дають оцінку судженням. Превагами даного методу є анонімність, яка забезпечує відсутність впливу думок авторитетних експертів та можливість поповнення знань про об'єкт експертизи, а наявність зворотного зв'язку дозволяє експертам корегувати свої судження. Експертиза здійснюється за кілька турів: на початку експерти отримують індивідуальні анкети та аналітична група визначає експертів, що дали найвищу та найнижчу оцінку критерію, медіану та квартилі (вище та нижче них розташовано 25% ЕО). Далі експертам оголошується усереднена оцінка та обґрунтування експертів (анонімно), що дали найвищу та найнижчу оцінки.

Після цього члени ЕГ, як правило, корегують свої показники, які знов підлягають аналізу. Тури проводяться доки не буде досягнута прийнятна узгодженість у ЕО. Слід зазначити, що в літературі зустрічається багато варіацій МД.

*МР* [12] є процедурою упорядкування об'єктів за рангами, які на практиці найчастіше представляють натуральними числами, починаючи з одиниці. Еквівалентним об'єктам присвоюються однакові ранги (зв'язані ранги), які є середнім арифметичним рангів об'єктів $z_{cp} = \sum_{i=1}^{k} z_k \Big/ k$, де $k$ – кількість зв'язаних рангів. Вони можуть бути дробовими числами, а сума всіх рангів стала і визначається сумою натуральних чисел від 1 до $Z$ – найбільше значення рангу (рівне кількості альтернатив), що спрощує подальшу обробку даних. Перевагою даного методу є його простота, але при великій кількості альтернатив (більше 10), експерту важко побудувати упорядковану послідовність та зростає ймовірність суттєвих помилок.

Ранги….Таблиця 1

| Пара-метри | Експерти | | | |
|---|---|---|---|---|
| | *1* | *2* | *3* | *4* |
| КІ | 2 | 1 | 3,5 | 3 |
| ПЗП | 1 | 3 | 2 | 4 |
| БЗП | 3 | 3 | 1 | 2 |
| ФІБ | 6 | 5 | 5 | 5 |
| ВТТК | 5 | 6 | 3,5 | 6 |
| ДДП | 4 | 3 | 6 | 1 |

*Приклад 1 – МР.* Для ресурсів інформаційної системи (РІС) експертам слід ранжирувати альтернативи, що відображаються параметрами безпеки (конфіденційність інформації (КІ); прохід за перепустками (ПЗП); безпечне зберігання паролів (БЗП); фіксування інцидентів безпеки (ФІБ); відбір та тестування кадрів (ВТТК); доступ до приміщень (ДДП)). В табл. 1 зазначені ранги, які надав кожний експерт. При цьому для другого експерта альтернативи ПЗП, БЗП та ДДП є рівнозначними, тому їх ранг він визначив як середнє арифметичне рангів 2, 3 та 4: (2+3+4)/3=3. Для третього експерта рівнозначними виявились параметри КІ та ВТТК, тому їх ранг визначено як (3+4)/2=3,5.

*Метод БП* [10] полягає у процедурі встановлення переваг при порівнянні усіх можливих пар. З точки зору психології для експерта попарне порівняння значно простіше, ніж просте ранжирування, хоча досить часто експерти виявляють непослідовність у своїх судженнях. *Метод МП* [12] відрізняється від БП тим, що експерту послідовно пред'являються не пари, а трійки, четвірки і т.д. об'єктів, які він упорядковує за важливістю або розбиває на класи залежно від цілей експертизи. Цей метод займає проміжне положення між БП та МР і, з одного боку, – дозволяє використовувати більший, порівняно з БП, обсяг інформації для визначення експертного судження в результаті одночасного співвіднесення об'єкта не з одним, а з більшим числом, а з іншого боку – при ранжируванні великого числа об'єктів ускладнюється робота експерта, що позначається на якості експертизи. В останньому випадку метод дозволяє зменшити до розумних меж обсяг інформації. *Метод МН* [7] використовується за наявності у багатокритеріальних задачах критеріїв з різною розмірністю, через що не здійснюється їх порівняння і необхідна нормалізація. В літературі описано більше десятка можливих способів, серед яких нормалізація порівняння, нормалізація осереднення, нормалізація Савіджа та ін. *Метод ВП* [10] полягає в тому, що експерт аналізує множину альтернатив $A \in \{a_i\}, i = \overline{1,n}$ та для кожної із них визначає число альтернатив, що переважають дану, не вказуючи при цьому, які саме ці альтернативи. В результаті матимемо вектор переваг $\Pi \in \{\Pi_i\}, i = \overline{1,n}$ для альтернатив, який характеризує їх відносну перевагу.

<u>*Приклад 2 – метод ВП.*</u> Експертові запропоновано проаналізувати шість параметрів (див. прикл. 1) та визначити їх відносну перевагу. Для кожного параметра множини альтернатив $A \in \{КІ, ПЗП, БЗП, ФІБ, ВТТК, ДДП\}$ визначається оцінка $\Pi_i$, яка відображає кількість параметрів безпеки, важливіших за поточний. Вектор переваг має вигляд $\Pi = \{0,3,1,5,4,2\}$. Група *методів КА* [13] дозволяє працювати з великими масивами об'єктів, які оцінюються за великою кількістю критеріїв. Суть методів зводиться до декомпозиції вибірки на кластери (підмножини) так, щоб кожен з них складався з максимально схожих об'єктів, а об'єкти різних класів максимально відрізнялись один від одного. Кластеризація спрощує осмислення даних, які в кожному кластері можуть підлягати окремому методу обробки.

*Кількісні методи* визначення пріоритету критеріїв прийнято розділяти на п'ять груп: попарних порівнянь (ПП), рангових перетворень (РП), апроксимації функції корисності

(АФК), трансформації частот (ТЧ) та відхилення від точки рівноваги (ВТЧ). Розглянемо кожну групу методів.

1. Група **методів аналізу матриці ПП** включає метод найменших квадратів (НК) та методи власних векторів (ВВК).

1.1. *Метод НК* [10] полягає у відшуканні КВ шляхом розв'язання оптимізаційного рівняння за ітеративним алгоритмом Марквардта: $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij}-\lambda_i/\lambda_j\right)^2 \to min$, де $n$ – кількість параметрів, $\lambda_i/\lambda_j$ – відношення КВ, як результат попарного порівняння параметрів.

1.2. *Методи ВВК* в свою чергу поділяються на метод векторів Уея (ВУ) [14], Сааті (МС) [15], Коггера та Ю (МКЮ) [16], а також метод фон Неймана-Моргенштерна (НМ) [12] і Юшманова (МЮ) [17].

1.2.1. Одним з методів обробки інформації, отриманої на первинних шкалах є *метод ВУ* [14], який заснований на даних матриці ПП. $A=\left\|a_{ij}\right\|, a_{ij}\in\{-1,0,1\}$, де $a_{ij}=-1$ означає перевагу параметру $x_j$ над $x_i$, $a_{ij}=0$ їх рівноцінність, а $a_{ij}=1$ перевагу $x_i$ над $x_j$. Оскільки матриця з від'ємними числами не зручна для використання, Берж [18] запропонував трансформувати її в матрицю $A^{+}=\left\|a_{ij}^{+}\right\|, a_{ij}\in\{0,1,2\}$, де $\{0,1,2\}$ має вищезазначений зміст. При складанні чисел кожного рядку матриці будемо мати числові характеристики важливості параметрів, а розділивши їх на загальну суму – отримаємо вагові коефіцієнти параметрів: $\lambda_{ij}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{+}\bigg/\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{+}$. Недоліком такої формули є достатньо грубе визначення КВ, оскільки не враховується важливість „нічийних" (рівноцінних) та „програшних" (перевага параметру $x_j$) порівнянь. Для компенсації недоліків Берж запропонував наступний ітеративних процес: на кожному $k$-ому кроці важливість критерію $P^i(k)$ визначається як сума „балів" тих критеріїв, яким він рівноцінний та подвоєних – які перевищує. Тоді число можливо визначити за формулою $P^i(k)=P_1^i+P_2^i+\ldots+P_n^i$, де $P_j^i(k)$ – кількість шляхів довжини $k$ при графічній інтерпретації матриці ПП; $i=\overline{1,n};\ j=\overline{1,n}$, де $n$ – кількість критеріїв. Таким чином КВ буде визначатись за формулою:

$$P_k^i(k)=P^i(k)/\left(P^1(k)+P^2(k)+\ldots+P^n(k)\right). \qquad (1)$$

<u>*Приклад 3 – метод ВУ.*</u> Розглянемо випадок попарного порівняння п'яти параметрів захищеності РІС. Матриця ПП має вигляд: $A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&a_{14}&a_{15}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}&a_{25}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}&a_{35}\\a_{41}&a_{42}&a_{43}&a_{44}&a_{45}\\a_{51}&a_{52}&a_{53}&a_{54}&a_{55}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&2&2&1\\2&1&1&0&0\\0&1&1&2&2\\0&2&0&1&1\\1&2&0&1&1\end{bmatrix}$. Першу ітерацію отримуємо шляхом додаванням елементів кожного рядка матриці: $P^1(1)=\sum_{j=1}^{5}a_{1j}=1+0+2+2+1=6,\ P^2(1)=4,\ P^3(1)=6,\ P^4(1)=4,\ P^5(1)=5.$ Видно, що два критерії на першому місці (6 балів), та два на третьому (4 бали). Другу ітерацію здійснюємо шляхом додавання добутків елементу рядка матриці та відповідного результату попередньої ітерації: $P^1(2)=a_{11}\cdot P^1(1)+a_{12}\cdot P^2(1)+\ldots+a_{15}\cdot P^5(1)=(1\times6)+(0\times4)+(2\times6)+(2\times4)+(1\times5)=31,$ $P^2(2)=22,\ P^3(2)=28,\ P^4(2)=17,\ P^5(2)=23$. Як видно, перший критерій займає перше місце і для подальших ітерацій розподіл буде незмінним – перший критерій буде на першому місці: $P^1(3)=a_{11}\cdot P^1(2)+a_{12}\cdot P^2(2)+\ldots+a_{15}\cdot P^5(2)=(1\times31)+(0\times22)+(2\times28)+(2\times17)+(1\times23)=144,$ $P^2(2)=112,\ P^3(3)=130,\ P^4(3)=84,\ P^5(3)=115.$ Таким чином, результати третьої ітерації

можливо підставити в (1) та обчислити КВ: $P_3^1 = 144/(144+112+130+84+115) = 144/585 = 0{,}24$; $P_3^2 = 112/585 = 0{,}191$; $P_3^3 = 130/585 = 0{,}22$; $P_3^4 = 84/585 = 0{,}14$; $P_3^5 = 115/585 = 0{,}196$.

1.2.2. Суть *МС* [15] полягає в пошуку вектора відносних вагів параметрів – вектору Сааті. Припустимо, що результати ПП параметрів описуються відношеннями їх КВ $A = \|\lambda_i/\lambda_j\|, (i,j) \in \overline{1..n}.$ Тоді справедливим буде рівняння $(A - nE)\overline{\Lambda} = 0$, де $E$ – одинична матриця; $\overline{\Lambda}$ – вектор КВ, $n$ – кількість параметрів [10]. Для знаходження вектора вагів $\overline{\Lambda}$ потрібно розв'язати цю рівність. Оскільки ранг матриці дорівнює 1, то $n$ – єдине власне число цієї матриці і, відповідно, рівняння має ненульове рішення, що має властивість $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ – це і є шуканий вектор КВ – вектор Сааті. Іншим варіантом пошуку коефіцієнтів є розрахунок за формулою $\tilde{\lambda}_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}}; i = \overline{1,n}$, проте результат такого розрахунку необхідно нормалізувати, щоб для КВ виконувалась умова $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$. Для нормалізації виконується процедура $\lambda_i = \tilde{\lambda}_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \tilde{\lambda}_i$. Складність використання МС пов'язана із знаходженням власного вектора матриці ПП, яка задається за допомогою спеціальної запропонованої шкали. Причому, обчислювальна складність збільшується із зростанням розмірності універсальної множини, на якій задається параметр (лінгвістичний терм). Менш складним з цієї точки зору є метод, запропонований Коггером та Ю.

*Приклад 4 – МС.* Використовується шкала відносної важливості: 0 – експерту важко порівняти, 1 – рівний внесок двох альтернатив, 3 – досвід і судження дають легку перевагу однієї альтернативи над іншою, 5 – досвід і судження дають сильну перевагу однієї альтернативи над іншою, 7 – одна з альтернатив значно переважає іншу, 9 – перевага однієї альтернативи очевидна; 2,4,6,8 – компромісні випадки. Якщо при порівнянні першої альтернативи з другою отримане вищезгадане число (3), то при порівнянні другої альтернативи з першою – зворотна величина (1/3).

Розрахунки КВ Таблиця 2

| Пара-метри | КІ | ДДП | БЗП | ПЗП | $\tilde{\lambda}_i$ | $\lambda_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***I*** | ***II*** | ***III*** | ***IV*** | ***V*** | ***VI*** | ***VII*** |
| КІ | 1 | 3 | 5 | 9 | 3,41 | 0,581 |
| ДДП | 1/3 | 1 | 3 | 5 | 1,5 | 0,255 |
| БЗП | 1/5 | 1/3 | 1 | 3 | 0,67 | 0,114 |
| ПЗП | 1/9 | 1/5 | 1/3 | 1 | 0,29 | 0,050 |
| | | | | Сума | 5,87 | 1 |

$n$ – кількість параметрів.

Слід оцінити важливість чотирьох параметрів безпеки РІС (див. прикл. 1). Розрахунки відображені в табл. 2.

1.2.3. В якості вектора вагів *МКЮ* пропонує використовувати результат розв'язання рівняння $D^{-1}T\overline{\Delta} = \overline{\Delta}$, де $T = \|t_{ij}\|;\ t_{ij} = a_{ij}\ при\ i = j;$ $t_{ij} = 0\ при\ i \neq j;$ $D = \|d_{ij}\|;\ d_{ij} = n - i + 1\ при\ i = j;\ d_{ij} = 0\ при\ i \neq j;$

1.2.4. Розглянемо реалізацію *методу НМ* для випадку трьох критеріїв. Хай є критерії $a_1 ... a_3$, причому $a_1 > a_2 > a_3$. Для оцінки ступеня переваги одного критерію над іншим вводять кількісні оцінки об'єктів $\beta_1 ... \beta_3$. Приймається $\beta_3 = 1$ та експерт обирає значення величин $\alpha_1$ $(0 < \alpha_1 < 1)$ та $\alpha_2$ $(0 < \alpha_2 < 1)$, що задовольняють умовам $\alpha_1\beta_1 = \beta_3$ і $\alpha_2\beta_2 = \beta_3$. Далі експерт повинен визначити $\alpha_3$ таке, що $\alpha_3\beta_1 = \beta_2$. Оцінки експертів вважаються узгодженими, якщо $\alpha_3 = \alpha_1/\alpha_2$, у протилежному випадку підбираються нові значення $\alpha_1$ або $\alpha_2$. При цьому загальна кількість оцінок, які встановлених експертом, $n(n-1)/2$. Він попарно порівнює всі критерії та дає кількісну оцінку кожному такому порівнянню, проте в подальшому може виникнути необхідність у великій кількості корегувань, що ускладнює використання методу.

1.2.5. *МЮ („остовного дерева”)* пов'язаний з теорією графів. Автор робить припущення, що для спрощення вже відомих методів БП необов’язково перебирати всі порівняння, а достатньо визначити вірну нумерацію та обрати оптимальну їх множину. Алгоритм знаходження правильної нумерації полягає в тому, що довільній вершині графу присвоюється номер $n$. Якщо вже пронумерували $k$ вершин з номерами від $n$ до $n - k + 1$, тоді обираємо вершину без номера, суміжну з щойно поміченою та надаємо їй номер $n - k$ . Далі суть методу полягає у алгоритмі знаходження оптимальної множини $A_n$. Обирається пара $a_i > a_j$ для якої найлегше встановити співвідношення $A_n$. Будується граф $G(A_n)$, який складається з одного ребра $g_{ij}$. Із кожним наступним кроком серед всіх пар $a$ , таких, що одна з вершин належить $G(A_n)$, а інша – ні, обираємо пару, для якої найлегше встановити співвідношення, встановлюємо його та додаємо до графу нове ребро. Слід зазначити, що якщо разом з побудовою графу $G(A_n)$ здійснюється пере нумерування оцінюваних критеріїв від $n$ до 1, то одночасно будується вірна нумерація. Даний метод дає значно краще рішення з точки зору обчислюваної складності у порівнянні з методом векторів Сааті.

2. До групи **методів РП** входить метод середніх (СР) та трансформованих рангів (ТР).

2.1. *Метод СР* відомий з теорії кваліметрії [10] і суть його полягає у введенні поняття вагових оцінок експертів, як деякої міри близькості за рекурентною процедурою. Нехай $x_{ij}$ – оцінка $i$-го елемента $j$-м експертом $i \in \overline{1,n};\ j \in \overline{1,m}$ , де $n$ та $m$ – кількість параметрів та експертів відповідно. Тоді групове значення визначається як середньоарифметичне оцінок експертів, тобто: $x_i = \left(\sum_{j=1}^{m} x_{ij}\right)\Big/ m$ . Для більш точного визначення $x_i$ вводяться вагові оцінки, за рекурентною процедурою $x_i^t = \sum_{j=1}^{m} x_{ij} K_j^{t-1}$ , $K_j^t = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} x_i^t \Big/ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij} x_i^t$ , де $K_j^0 = 1/m$.

Обчислення починають з $t = 1$ і доведено, що при $t \to \infty$ рекурентна процедура збіжна. Зазначимо, що приведена процедура справедлива лише для випадку нормованих оцінок групи елементів, що є взаємооцінювані. У випадку ненормованих або незалежного оцінювання окремих елементів, групове значення відображають рекурентною процедурою: $x_i^t = \sum_{j=1}^{m} x_{ij} K_j^{t-1}$ ; $K_j^t = \left(1 - \left|x_{ij} x_i^t\right|^2\right)\Big/ \sum_{j=1}^{m}\left|x_{ij} x_i^t\right|^2$ ; $K_j^0 = 1/m$.

*<u>Приклад 5 – метод СР.</u>* Нехай потрібно визначити призові місця для чотирьох проектів захисту РІС $i=\{1,2,3,4\}$ компаній розробників АА, ВВ, СС, DD . Всі проекти були направлені чотирьом експертам $j=\{1,2,3,4\}$. В табл. 3 приведені ранги проектів, які були призначені кожним з експертів: $x_1 = (1+2+1+1)/4 = 5/4 = 1{,}25;$ $x_2 = 15/4 = 3{,}75;$ $x_3 = 8/4 = 2;$ $x_4 = 12/4 = 3$. КВ визначаються як $\lambda_i = x_i / N$ , де $N$ – сума всіх рангів ($N$=10). За результатами видно, що перше місце – АА, друге – СС, третє – DD, четверте – ВВ. Перевагами методу є простота використання та швидкість обчислення. Можна підвищити точність, ввівши додатково поняття вагових оцінок експертів (коефіцієнт кваліфікації).

Ранги проектів та КВ Таблиця 3

| Проект | Експерти | | | | $x_i$ | $\lambda_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | | |
| АА (1) | 1 | 2 | 1 | 1 | 1,25 | 0,12 |
| ВВ (4) | 4 | 4 | 3 | 4 | 3,75 | 0,37 |
| СС (2) | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0,2 |
| DD (3) | 2 | 3 | 4 | 3 | 3 | 0,3 |

2.2. *Методи ТР* прийнято поділяти на дві групи: методи апроксимації рангів монотонною функцією (АПМФ) та апроксимації ранжирування параметрів системою лінійної першості (АРП).

2.2.1. *Методи АПМФ* базуються на різних перетвореннях (трансформації) рангів значеннями монотонно спадаючих функцій цілочисельного аргументу. Відомі такі варіанти [10,12]: $\lambda_i = \lambda_n + (n-i)(\lambda_1 - \lambda_n)\Big/(n-1)$ , $\lambda_i = x(i)\Big/\sum_{i=1}^{n} x_i$ , де $x_i = i/2^i - 1$ та

$$\lambda_i = 2[m(n+1)] - \sum_{k=1}^{n} r_{ik} \Big/ mn(n+1) \ , \qquad (2)$$

де $r_{ik}$ – ранг, призначений *i*-му параметру *k*-м експертом; *n, m* – число параметрів та експертів відповідно.

*Приклад 6 – метод АПМФ.* Для *n=m=4* використаємо дані з прикладу 5. Розрахунки за (2) в табл. 4. $\lambda_1 = [2[4(4+1)] - (1+2+1+1)]/[4\times4(4+1)] = 35/80 = 0{,}0625$; $\lambda_2 = 25/80 = 0{,}2$; $\lambda_3 = 32/80 = 0{,}1$; $\lambda_4 = 31/80 = 0{,}15$.

Ранги проектів та КВ Таблиця 4

| Проект | Експерти | | | | $\lambda_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | |
| AA (1) | 1 | 2 | 1 | 1 | 0,0625 |
| BB (4) | 4 | 4 | 3 | 4 | 0,2 |
| CC (2) | 3 | 1 | 2 | 2 | 0,1 |
| DD (3) | 2 | 3 | 4 | 3 | 0,15 |

Очевидно, що результати розподілу місць за проектами співпадають з тими, що отримані за методом СР. Недоліком методу є неврахування коефіцієнту кваліфікації експертів. Вважається, що вони мають однаковий рівень знань, та не існує розділення критеріїв на групи за їх важливістю.

2.2.2. *Методи АРП* включають метод Черчмена-Акофа (ЧА) та лексикографії Подиновського (ЛП).

а) *Метод ЧА* полягає у послідовному корегуванні оцінок експертів [19]. Кожній альтернативі $x_i$ $(i=\overline{1,n})$ ставиться у відповідність дійсне позитивне число $f(x_i)$, якщо $x_i$ переважає альтернативу $x_{i+1}$, то $f(x_i) > f(x_{i+1})$, якщо $x_i$ і $x_{i+1}$ рівноцінні, то $f(x_i) = f(x_{i+1})$, а якщо $f(x_i)$ і $f(x_{i+1})$ є оцінки альтернатив $x_i$ і $x_{i+1}$, то $f(x_i) + f(x_{i+1})$ відповідає сумісному урахуванню альтернатив $x_i$ і $x_{i+1}$. Останнє твердження про адитивність оцінок альтернатив є найважливішим. Згідно з методом ЧА альтернативи $x_1,...,x_n$ ранжируються за перевагою. Припустимо, альтернатива $x_1$ найбільш переважна, за нею слідує $x_2$ і т.д. Експерт вказує попередні числові оцінки $f(x_i)$ для кожної з альтернатив. Іноді найбільш переважній альтернативі присвоюється оцінка 1, а решта оцінок розташовується між 0 і 1 відповідно до їх важливості. Якщо альтернатива $x_1$ є менш переважною, то для уточнення оцінок її порівнюють за перевагою із сумою альтернатив $x_2,...,x_n$, і т.д. Після того, як альтернатива $x_1$ виявляється переважною у порівнянні з сумою альтернатив $x_2,...,x_k$ (до *k>2*), то вона виключається із розгляду, а замість $x_1$, розглядається і коректується оцінка альтернативи $x_2$. Процес продовжується до тих пір, поки відкориговуються оцінки всіх альтернатив.

Недоліком методу ЧА є те, що при великому *n* його застосування стає дуже трудомістким. В цьому випадку доцільно розбити альтернативи на групи, а одну з альтернатив, наприклад максимальну, включити у всі групи. Це дозволяє отримати чисельні оцінки всіх альтернатив за допомогою оцінювання в межах кожної групи.

*Приклад 7 – метод ЧА.* Розглянемо параметри безпеки РІС з прикладу 1. Упорядкуємо критерії по ступеню їх важливості: $O_1$ – КІ; $O_2$ – ДДП; $O_3$ – БЗП; $O_4$ – ПЗП; $O_5$ – ВТТК; $O_6$ – ФІБ. Привласнимо значення 1 найбільш важливому результату і деякі інші значення решті результатів. Позначимо ці величини символами $V_1,\dots V_6$. $V_1=1$; $V_2=0{,}7$; $V_3=0{,}6$; $V_4=0{,}5$; $V_5=0{,}4$; $V_6=0{,}3$. Порівнюємо $O_1$ з $O_2+O_3+O_4+O_5+O_6$. Результат $O_1$ менш переважний ніж $O_2+O_3+O_4+O_5+O_6$, тому $V_1< V_2+V_3+V_4+V_5+V_6$. $O_1$ менш переважний, ніж $O_2+O_3+O_4+O_5$, тому $V_1<V_2+V_3+V_4+V_5$. $O_1$ менш переважний, ніж $O_2+O_3+O_4$, тому $V_1<V_2+V_3+V_4$. $O_1$ переважає у порівнянні з $O_2+O_3$, тому змінимо значення оцінок так, щоб виконувалася нерівність $V_1>V_2+V_3$, для цього привласнимо $V_1$ значення 1,5. Наступний крок: порівнюємо $O_2$ з $O_3+O_4+O_5+O_6$. $O_2$ менш переважний, ніж $O_3+O_4+O_5+O_6$, тому $V_2<V_3+V_4+V_5+V_6$. $O_2$ менш переважний, ніж $O_3+O_4+O_5$, тому $V_2<V_3+V_4+V_5$. $O_2$ переважає у порівнянні з $O_3+O_4$, тому змінимо значення оцінок так, щоб виконувалася нерівність $V_2>V_3+V_4$, для цього привласнимо $V_2$ значення 1,2. Далі порівнюємо $O_3$ з $O_4+O_5+O_6$. $O_3$ менш переважний ніж $O_4+O_5+O_6$, тому $V_3<V_4+V_5+V_6$. $O_3$ переважає, ніж $O_4+O_5$, тому змінимо значення оцінок так, щоб виконувалася нерівність $V_3>V_4+V_5$, для цього привласнимо $V_3$ значення 1. Аналогічним чином порівнюємо $O_4$ з $O_5+O_6$. $O_4$ важливіше, ніж $O_5+O_6$, тому змінимо значення оцінок так, щоб виконувалася нерівність $V_4>V_5+V_6$, для цього привласнимо $V_4$ значення 0,8; $V_5=0,4$; $V_6=0,3$. Нарешті перетворимо кожне позитивне значення $V_i$ у ваги параметрів $x_i = V_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} V_i$ і отримаємо $x_1$=0,288, $x_2$=0,23, $x_3$=0,192, $x_4$=0,15, $x_5$=0,08, $x_6$=0,576.

б) *Метод ЛП* засновується на ідеї Нельсона [20]. Задаються упорядковані за важливістю параметри $(f_1, f_2, ... f_n)$ та лексикографічне відношення переваг такі, що $X > Y$ тоді і тільки тоді, коли виконується одна з наступних вимог [21,22]: $f_1(x) > f_1(y)$ або $f_1(x) = f_1(y), f_2(x) > f_2(y)$ або $f_r(x) = f_r(y); r = \overline{1,n}; f_n(x) > f_n(y)$. Для адитивної функції: $L(y) = \sum_{r=1}^{n} \lambda_r f_r(y)$ в якості КВ $\lambda_n$ обирається будь-яке додатне число, інші коефіцієнти $\lambda_r$ послідовно призначаються за умови $\lambda_r \geq \frac{1}{\mu_r} \sum_{i=r+1}^{n} \lambda_i M_i$, де $r = n-1,\ n-2, ..., 2, 1;$ $0 < \mu_r < \inf_{x,y \in X} \left| f_r(x) - f_r(y) \right|$ та $M_i > \max f_i(x) - \min f_i(x), x \in X$. КВ обираються довільно в межах зазначених нерівностей. У роботі Шералі [23] було доведено існування вагів таких, що рішення багатокритеріальної задачі з лексикографічно упорядкованими критеріями збігається з рішенням тієї ж задачі для суми критеріїв, зваженою з цими вагами. Приводяться два алгоритми обчислення вагів для лінійних цілочислених задач. Доведено, що розв'язок задачі знаходження еквівалентних вагів та максимізація зваженої суми є найбільш ефективним рішенням задачі лексикографічної оптимізації.

3. **Методи АФК** включають методи узагальненого критерію Подиновського (УКП) та функцій цінності (ФЦ).

3.1. *Методи УКП* поділяються на методи адитивної (АЗ) та максмінної згортки (ММЗ).

3.1.1. *Методи АЗ* можна використовувати тоді, коли функція корисності представлена в адитивній формі $U(f_1(x), ..., f_n(x)) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i U_i(f_i(x_i))$ і це справедливо, якщо виконуються аксіоми незалежності [10], тобто низька оцінка за одним критерієм може компенсуватись високою оцінкою за іншим. Методи АЗ поділяють на метод стратифікації (СТ) [10,11], Юттлера (ЮТ) [24] та кореляційно-регресивний (КР) [25].

а) *Метод СТ* дозволяє, навіть, при лінгвістичних критеріях визначити сліди поверхонь рівня (страт) у координатних площинах. Переходячи від універсальних вербальних шкал до числових та використавши алгоритм Тангяна, визначається функція корисності та всі КВ. В деяких роботах пропонується границі між стратами апроксимувати кривими астроідального типу, а при інформації щодо важливості критеріїв, що задана вербально (критерій *i* важливіший за критерій *j;* критерій *i* значно важливіший за критерій *j;* критерій *i* надмірно важливіший за критерій *j)* використовувати адитивні згортки з ваговими коефіцієнтами 2/3, 3/4 та 4/5 відповідно. б) *Метод ЮТ (метод обернення оптимальних значень)* є найбільш простим з класу методів АЗ. За КВ використовуються величини, обернені оптимальному значенню окремого критерію. в) *Метод КР* починається з визначення пріоритетного за думкою експертів показника. Далі складається рівняння регресії (адитивна форма) відносно пріоритетного показника $\ln U(f(x_i)) = \lambda_1 \ln x_1 + \lambda_2 \ln x_2 + ... + \lambda_n \ln x_n$, де $U(f(x_i))$ – функція корисності, $\lambda_i$ – КВ, а $x_i$ – критерій, *n* – кількість критеріїв. При такому підході КВ визначається через коефіцієнт регресії β, який залежить від середньоквадратичних відхилень критерію та загального результату $\lambda_i = 0{,}5\, \beta_i^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} \beta_i^2$; $\beta_i = b_i \times \sigma_{xi} / \sigma_r$.

3.1.2. *Метод ММЗ* використовуються тоді, коли частотні параметри логічно згортаються [26]. Оптимальним рішенням буде максимальний з мінімальних добутків:

$U(f_1(x),...,f_n(x)) = arg\,max \min_{i=1..n}[\lambda_i f_i(x_i)]$, де $\lambda_i$ – КВ, а $f_i(x_i)$ – критерій, $n$ – кількість критеріїв. Операція знаходження максимінного добутку формально нагадує операцію множення матриць, що виконується за принципом: рядок помножується на стовпчик. Проте, замість операції множення елементів матриць тут виконується операція знаходження *min* з цих елементів, а потім вибирається найбільший серед *min* елементів.

*Приклад 8 – метод ММЗ.* Визначимо оптимальний серед проектів захисту РІС з прикладу 5. Експерти оцінювали проекти за трьома параметрами – вартість (В); трудомісткість (Тр) та досвід розробника (Д), важливість яких відповідно $\lambda_i = [0{,}5 \quad 0{,}2 \quad 0{,}3]$, за п'ятибальною шкалою. Оцінки представлені в табл. 5.

Оцінки Таблиця 5

| Проект | Критерії | | |
|---|---|---|---|
| | ***В*** | ***Тр*** | ***Д*** |
| АА | 4 | 3 | 4 |
| ВВ | 3 | 1 | 2 |
| СС | 1 | 2 | 4 |
| DD | 2 | 2 | 2 |

$f(1) = min\,[f_1(1)\cdot\lambda_1; f_2(1)\cdot\lambda_2; f_3(1)\cdot\lambda_3] = min\,[4\cdot 0{,}5; 3\cdot 0{,}2; 4\cdot 0{,}3] = 0{,}6;$

$f(2) = min\,[f_1(2)\cdot\lambda_1; f_2(2)\cdot\lambda_2; f_3(2)\cdot\lambda_3] = min\,[3\cdot 0{,}5; 1\cdot 0{,}2; 2\cdot 0{,}3] = 0{,}2;$

$f(3) = min\,[0{,}5; 0{,}4; 1{,}2] = 0{,}4; \qquad f(4) = min\,[1; 0{,}4; 0{,}6] = 0{,}4.$

Оптимальне рішення визначається як максимум:

$U(f_1(x),...,f_n(x)) = max\,[f(1); f(2); f(3); f(4)] = [0{,}6; 0{,}2; 0{,}4; 0{,}4] = 0{,}6.$

Таким чином, найкращим буде проект, запропонований групою розробників АА.

3.2. *Методи ФЦ* поділяються на функції мультиплікативної (МЗК) та поліадитивної згортки Кіні (ПЗК).

3.2.1. *Методи МЗК* описані в [1]. Мультиплікативна функція корисності існує тоді і тільки тоді, коли параметри взаємонезалежні за корисністю, тобто низька оцінка за одним з критеріїв призводить до зменшення значення корисності.

$$U(f_1(x),...,f_n(x)) = \prod_{i=1}^{n} [f_i(x_i)]^{\lambda_i}, \tag{3}$$

де $\lambda_i$ – ваговий коефіцієнт параметру. Недоліком такого методу є те, що згортка справедлива тоді і тільки тоді, коли всі критерії попарно незалежні.

*Приклад 9 – метод МЗК.* Визначимо оптимальний серед проектів захисту РІС з прикладу 8. Використаємо оцінки, вказані в табл. 5. $U(f(1)) = [f_1(1)]^{\lambda_1} \times [f_2(1)]^{\lambda_2} \times [f_3(1)]^{\lambda_3} = = 4^{0{,}5} \times 3^{0{,}2} \times 4^{0{,}3} \approx 4{,}77;$ $U(f(2)) = [f_1(2)]^{\lambda_1} \times [f_2(2)]^{\lambda_2} \times [f_3(2)]^{\lambda_{31}} = 3^{0{,}5} \times 1^{0{,}2} \times 2^{0{,}3} \approx 3{,}96;$ $U(f(3)) = 1^{0{,}5} \times 2^{0{,}2} \times 4^{0{,}3} \approx 3{,}67;$ $U(f(4)) = 2^{0{,}5} \times 2^{0{,}2} \times 2^{0{,}3} \approx 3{,}79.$ Отже, і за даним методом найкращий проект захисту РІС розроблено групою АА.

3.2.2. *Методи ПЗК.* У випадку незалежності параметрів від свого доповнення у відношенні інтервалів функція цінності має вигляд: $U(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j\succ i}^{n} a_{ij}U_i(x_i)U_j(x_j) + + \sum_{i=1}^{n-2}\sum_{j\succ i}^{n-1}\sum_{k\succ j}^{n} a_{ijk}U_i(x_i)U_j(x_i)U_k(x_k) + a_{1,2...,n}U_1(x_1)U_2(x_2)...U_n(x_n)$, де $n$ – кількість параметрів; $a_0, a_{ij}...a_{1,2...n}$ – константи шкалування, визначення яких э алгебраїчно громіздким і детально описане в [1].

4. **Методи ВТЧ** поділяються на методи відхилення від ідеальної точки (ВІТ) та точки рівноваги (ВТР).

4.1. *Методи ВІТ* в свою чергу поділяються на метод Чарнса-Купера (ЧК), нормованої ступеневої метрики (НСМ) та компромісного відхилення (КВД).

4.1.1. При застосуванні *методу ЧК* всі параметри зводяться в узагальнений параметр, який є відстанню оцінки, що розглядається, до деякої ідеальної точки $в^* = (в_1^*, в_2^*...в_n^*)$. Найчастіше приймається узагальнений параметр виду $Ф = \sum_{i=1}^{n} a_i(f(x_i) - в_i^*)$. Після цього Чарнс і Купер використовують стандартну процедуру симплекс-методу для задач лінійного програмування [27].

4.1.2. *Методи НСМ.* Целені в роботі [9] використовує наступну метрику:

$$L_p(x) = \left( \sum_{i=1}^{n} \left( \lambda_i \left| (x_i^* - x_i) / (x_i^* - x_{i\,max}) \right| \right)^p \right)^{1/p}, \qquad (4)$$

де $x_i^*$ – оптимальне значення по *i*-му параметру, $x_{i\,max}$ – максимально досяжне значення по *i*-му параметру, $\lambda_i$ – КВ, $1 \le p < \infty$ – параметр простору.

Приклад 10 – метод НСМ. Визначимо найкращий проект безпеки РІС з прикладу 8 (див. табл. 5), але на цей раз задамо оптимальні оцінки за критеріями як $x_i^* = [3;\ \ 2;\ \ 3]$. $\lambda_i = [0{,}5;\ 0{,}2;\ 0{,}3]$. Побудуємо з (4) метрику для *p*=2, та обчисливши її для кожного з проектів, визначимо той, що найближчий до оптимальних критеріїв.

$L_1(x) = \sqrt{(0{,}5((3-4)/(3-4)))^2 + (0{,}2((2-3)/(2-3)))^2 + (0{,}3((3-4)/(3-4)))^2} \approx 0{,}62;$

$L_2(x) = \sqrt{(0{,}5((3-3)/(3-4)))^2 + (0{,}2((2-1)/(2-3)))^2 + (0{,}3((3-2)/(3-4)))^2} \approx 0{,}36;$

$L_3(x) \approx 1{,}04;\ L_4(x) \approx 0{,}58$. Отже, оптимальним за визначених умов є проект групи ВВ.

4.1.3. *Метод КВД* полягає у компромісній процедурі рішення багатокритеріальної задачі вигляду $\max_{x \in V} k_i(x) = k_i(x) = k_i^*; i \in \overline{1..n};\ \min_{x \in V}[y, k_i^* - k_i(x)] \le y/x$. КВ визначаються рівностями: $\lambda_i = 1/(k_i^* - k_i), i \in \overline{1..n}$, $k_i^* = \min_i k_i(x)$, де $n$ – кількість критеріїв. Критерій оптимальності полягає в мінімізації компромісу *y* [1].

4.2. *Методи ВТР* („статус-кво") використовують різні відхилення від точки рівноваги і представлені методом кооперативної теорії ігор (КТІ) та теоретико-ігровою моделлю (ТІ).

4.2.1. *Метод кооперативної теорії ігор (КТІ)* описаний Сцидаровським [28] та використовує наступний вид міри відхилення:

$$g(x) = \prod_{i=1}^{n} \left[ x_i - x_i^* \right]^{\alpha_i}, \qquad (5)$$

де $x_i^*$ – значення *i*-го параметру в точці рівноваги; *n* – кількість експертів.

Приклад 11 – метод КТІ. Визначимо за (5) міри відхилення для параметрів з прикладу 4. Хай $\alpha_i = 2$ і є константою. В табл. 6 ЕО та значення параметрів в точці рівноваги. $g_1(x) = [0{,}3-0{,}5]^2[0{,}9-0{,}5]^2[0{,}6-0{,}5]^2[0{,}7-0{,}5]^2 = 0{,}256;$ $g_2(x) = [0{,}7-0{,}4]^2[0{,}3-0{,}4]^2 \times$ $\times [0{,}6-0{,}4]^2[0{,}8-0{,}4]^2 = 0{,}576;$ $g_3(x) = [0{,}4-0{,}5]^2[0{,}1-0{,}5]^2[0{,}2-0{,}5]^2[0{,}2-0{,}5]^2 = 0{,}13;$ $g_4(x) = [0{,}9-0{,}6]^2[0{,}3-0{,}6]^2[0{,}4-0{,}6]^2[0{,}3-0{,}6]^2 = 0{,}3.$

Ранги Таблиця 6

| Пара-метри | Експерти | | | | $x_i^*$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | *1* | *2* | *3* | *4* | |
| КІ | 0,3 | 0,9 | 0,6 | 0,7 | 0,5 |
| ДДП | 0,7 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 0,4 |
| БЗП | 0,4 | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,5 |
| ПЗП | 0,9 | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 0,6 |

4.2.2. В *теоретико-ігровий (ТІ) моделі* [7] компромісний варіант шукається у вигляді випуклої оптимальної комбінації сукупності задач: $C_i^T \times x \to max, i = 1,2,...,n;$ $Ax \le B; x \ge 0;$ $x = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i;$ при $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1, \lambda \succ 0$.

5. **Методи ТЧ** поділяються на методи переваг (МП), приналежності до класу (МПК) та випадкових векторів (ВВ).

5.1. *Методи МП* поділяються на метод Терстоуна (ТРС) та метод переваг особи, яка приймає рішення (ПОПР).

5.1.1. *Метод ТРС* описаний в роботі [29] і представлений наступним алгоритмом: складається таблиця з числа випадків, коли параметр $x_i$ важливіший, ніж параметр $x_j$ (матриця *A*). Далі складається матриця *P* для виявлення відсоткового числа випадків, коли параметр $x_i$ більш значущий, ніж $x_j$ (матриця $P = \|p_{ij}\|$, де $p_{ij} = a_{ij} / m$, де *m* – кількість експертів. Матриця *Z* використовується для перетворення *Zв* елементів матриці *Pв* в стандартні вимірники відмінності $P_{ij} = G(z_{ij}) = -\int_{-\infty}^{x_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \ell^{-\frac{x^2}{2}} dz$. Далі розраховуються $z_i$: $z_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ij}$; $\overline{z_i} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n} z_i$ , де $n$ – кількість параметрів. Нарешті $\overline{z_i}$ перетворюються шляхом застосування таблиць нормального розподілу у відсоток площі нормального розподілу, який відповідає значенню КВ. Терстоун зазначав, що оптимальним буде поділ на 11 рангів, але принципово даний метод працює і для інших кількостей рангів.

<u>*Приклад 12 – метод ТРС.*</u> Увазі ЕГ з 10 експертів представлені 7 суджень з галузі соціотехнічних атак – $X$ = {,,зберігати паролі в електронному вигляді"; ,,можна відкривати всі вкладення, що надійшли електронною поштою"; ,,потрібно надавати інформацію всім, хто здійснює запит по телефону"; ,,можна надавати паролі по телефону"; ,,начальник може безпомилково оцінити якості працівників"; "будь-які накази керівника потрібно виконувати"; ,,надавати інформацію потрібно тільки вразі ідентифікації запитуючого"}. ЕГ необхідно присвоїти ранг від 1 до 11 кожному судженню (див. табл. 7).

Ранги суджень $X$ Таблиця 7

| $X$ | Експерти | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** | ***8*** | ***9*** | ***10*** |
| $x_1$ | 2 | 1 | 5 | 1 | 11 | 5 | 5 | 3 | 8 | 5 |
| $x_2$ | 5 | 2 | 3 | 2 | 10 | 4 | 6 | 2 | 10 | 4 |
| $x_3$ | 8 | 10 | 6 | 3 | 9 | 3 | 7 | 1 | 11 | 3 |
| $x_4$ | 6 | 9 | 7 | 4 | 8 | 2 | 8 | 7 | 9 | 2 |
| $x_5$ | 4 | 8 | 4 | 5 | 7 | 1 | 9 | 8 | 1 | 1 |
| $x_6$ | 3 | 7 | 11 | 6 | 6 | 10 | 10 | 9 | 2 | 6 |
| $x_7$ | 11 | 6 | 1 | 7 | 5 | 9 | 11 | 10 | 3 | 7 |

Бал за кожним судженням визначається розподілом оцінок експертів, тому початком наступного етапу (власне побудови шкали) є підрахунок відсотка експертів, що віднесли вислів до певного стопчика. Далі підраховується сумарний відсоток експертів, що віднесли думку до даної градації і попередніх градацій. В табл. 8 кумулятивний відсоток ($K_{\%}$) – накоплений відсоток (сума поточного і попереднього значення рангів); $M$ – медіана, $Q_1$ та $Q_3$ – відповідно перший та третій квартилі, $Q_3$ - $Q_1$ – квартильний розмах, який і буде шуканим КВ.

Результати обчислення КВ Таблиця 8

| $X/K_{\%}$ | Ранги суджень та кумулятивний відсоток | | | | | | | | | | Параметри розподілу | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | $M$ | $Q_1$ | $Q_3$ | $Q_3$ - $Q_1$ |
| $x_1$ | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 8 | 11 | 23 | 11,5 | 34,5 | 23 |
| $K_{\%}$ | 1 | 2 | 4 | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 35 | **46** | | | | |
| $x_2$ | 2 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 10 | 10 | 24 | 12 | 36 | 24 |
| $K_{\%}$ | 2 | 4 | 6 | 9 | 13 | 17 | 22 | 28 | 38 | **48** | | | | |
| $x_3$ | 1 | 3 | 3 | 3 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 30,5 | 15,25 | 45,75 | 30,5 |
| $K_{\%}$ | 1 | 4 | 7 | 10 | 16 | 23 | 31 | 40 | 50 | **61** | | | | |
| $x_4$ | 2 | 2 | 4 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 31 | 15,5 | 46,5 | 31 |
| $K_{\%}$ | 2 | 4 | 8 | 14 | 21 | 28 | 36 | 44 | 53 | **62** | | | | |
| $x_5$ | 1 | 1 | 1 | 4 | 4 | 5 | 7 | 8 | 8 | 9 | 24 | 12 | 36 | 24 |
| $K_{\%}$ | 1 | 2 | 3 | 7 | 11 | 16 | 23 | 31 | 39 | **48** | | | | |
| $x_6$ | 2 | 3 | 6 | 6 | 6 | 7 | 9 | 10 | 10 | 11 | 35 | 17,5 | 52,5 | 35 |
| $K_{\%}$ | 2 | 5 | 11 | 17 | 23 | 30 | 39 | 49 | 59 | **70** | | | | |
| $x_7$ | 1 | 3 | 5 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 11 | 11 | 35 | 17,5 | 52,5 | 35 |
| $K_{\%}$ | 1 | 4 | 9 | 15 | 22 | 29 | 38 | 48 | 59 | **70** | | | | |

5.1.2. *Метод ПОПР* [30] використовує формалізм Терстоуна і відрізняється тільки видом отримання початкової інформації, тобто формуванням матриць $A$ і $P$.

5.2. *Метод МПК* (метод Рознера [31]). За рахунок багатократного пред'явлення параметрів експертові, який відносить їх до одного з $M$ осередків утворюється матриця умовної вірогідності $P_i(k)$, де $k = \overline{1, M}$. Для визначення вагів використовується співвідношення $(\lambda_i - \lambda_j)^2 = f(p_i(k), p_j(k))$. Середні шкальні відмінності між параметрами при підсумовуванні складають прошкальовану величину вагів параметрів.

5.3. *Метод ВВ* (рандомізація) [16]. Ваги можуть приймати лише кінцеву множину можливих значень $\lambda_i \in R_N = \{0, 1/N, ..., N-1/N, 1\}$, де $\lambda_i$ – КВ, $N$ – задане натуральне число, $N>n$, де $n$ – кількість параметрів. Загальна кількість $L$ можливих реалізацій $n$-мірного випадкового вектора також кінцева, $P = (N+n-1)$. Вважається, що вектор вагів підпорядкований розподілу Діріхле $(\lambda_i, ..., \lambda_n) \in Д(\alpha_i', ..., \alpha_n')$, щільність розподілу

$f(\lambda_i,...,\lambda_n) = \Gamma(\alpha_i^{'},...,\alpha_n^{'})\prod_{i=1}^{n} p_i^{\alpha_i-1} / \Gamma(\alpha_i^{'})$. Для будь-якого $k \leq n$ вектор вагів сходиться по функції розподілу до випадкової величини $y_i,...,y_k$, $(\lambda_i,...,\lambda_k) \to (y_1,...,y_k)$, такої, що $y_1,...,y_k,\left(1-\sum_{i=1}^{k} y_i\right) \in Д(1,...,n-k)$. У деяких джерелах до методу ВВ відносять спосіб визначення КВ як відповідних стандартних відхилень, нормованих таким чином, щоб їх значення змінювалось від 0 до 1 [11,32].

Отже, бачимо, що існує чимала кількість шляхів визначення КВ, кожен з яких принципово може бути застосований для формування кінцевих результатів експертизи, але в окремих випадках слід віддавати перевагу одним методам, у той час як інші з різних причин не можуть бути застосовані. Найголовнішим чинником, що впливає на вибір методу обрахунку КВ, є **фізична суть параметрів та відношення між ними**. Параметри визначаються, виходячи з мети експертизи. Далі слід визначитись із ступенем взаємозв'язків між параметрами – залежність або незалежність – та характером взаємозв'язків (незалежність по корисності, по перевазі, по байдужості і т.д.).

Порівняння методів Таблиця 9

| ***Методи*** | | | | ***Форма виражения*** Вх. Д | ***Форма виражения*** Вих. Д | ***РШ*** | ***Тр*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ПП | НК | | | М | Л | ШВ | С |
| ПП | ВВК | | ВУ | М | Л | ШВ | С |
| ПП | ВВК | | МС | М | Т | ШВ | В |
| ПП | ВВК | | МКЮ | М | Т | ШВ | С |
| ПП | ВВК | | НМ | М | Т | ШВ | В |
| ПП | ВВК | | МЮ | М | Т | ШВ | В |
| РП | СР | | | Т | Л | ШП | Н |
| РП | ТР | | АПМФ | Т | Л | ШП | Н |
| РП | ТР | АРП | ЧА | Л | Л | ШП | С |
| РП | ТР | АРП | ЛП | Л | Л | ШП | С |
| АФК | УКП | АЗ | СТ | Л | Л | ШВ | В |
| АФК | УКП | АЗ | ЮТ | Л | Л | ШВ | В |
| АФК | УКП | АЗ | КР | Л | Л | ШВ | В |
| АФК | УКП | | ММЗ | М | Л | ШВ | Н |
| АФК | ФЦ | | МПК | Л | Л | ШВ | В |
| АФК | ФЦ | | ПЗК | Л | Л | ШВ | В |
| ТЧ | МП | | ТРС | Л | ГР | ШІ | Н |
| ТЧ | МП | | ПОПР | Л | ГР | ШІ | Н |
| ТЧ | ПДК | | МЗК | Л | М | ШП | В |
| ТЧ | ПДК | | ВВ | Л | ГР | ШІ | В |
| ВТЧ | ВІТ | | ЧК | Л | ГР | ШІ | В |
| ВТЧ | ВІТ | | НСМ | Л | Л | ШВ | В |
| ВТЧ | ВІТ | | КВД | Л | Л | ШВ | Н |
| ВТЧ | ВТР | | КТІ | Л | ГР | ШІ | С |
| ВТЧ | ВТР | | ТІ | Л | ГР | ШІ | С |

Суттєвим чинником є **складність проведення експертизи і трудомісткість отримання експертної інформації,** які визначаються реальними мовами та можливостями проведення експертизи. Як показано в [10], найменшого часу спілкування з експертами вимагає ранжирування і метод ТРС; метод ЛЗ вимагає найбільшого часу спілкування з експертами (у 12 разів більше, ніж ранжирування та у 2 рази більше, ніж метод ЧА).

На вибір методу визначення КВ вливає і **ступінь узгодженості між оцінками** експертів. Ступінь узгодженості в першу чергу залежить від кількості експертів в ЕГ і рівня їх кваліфікації. В той же час на неї впливає вибраний метод оцінки КВ. Так, найбільшу узгодженість експертів забезпечує ЛЗ, найменшу – безпосередня чисельна оцінка, при цьому ранжирування при всій його простоті дозволяє отримати достатньо точні КВ і близькі до їх значення, отриманого методом ЛЗ. **Трудомісткість обробки експертних даних** не є головним чинником при сучасному рівні розвитку обчислювальної техніки. Проте застосування складних методів обробки експертної інформації може вимагати розробки спеціального програмного забезпечення, що вплине на терміни проведення експертизи. Очевидно, що найбільш простими методами з цієї точки зору є рангові та точкові методи. Для більшої наочності результати порівняння методів визначення КВ зведені в табл. 9, де вхідні (Вх.Д) та вихідні дані (Вих.Д.); матрична (М), таблична (Т), лінійна (Л), графічна (Г) форма вираження даних; шкали найменувань (ШН), порядку (ШП), інтервалів (ШІ), відношень (ШВ); рекомендована шкала (РШ), трудомісткість (Тр), яка оцінюється як висока (В), середня (С) та низька (Н).

В даній роботі було проведене дослідження та порівняння різних підходів та методик визначення КВ, які впливають на формування остаточних результатів ЕО. Також були визначенні основні чинники, які впливають на вибір найбільш ефективного методу обчислення КВ для підвищення об'єктивності та простоти ЕО. Отримані результати мають практичне значення та можуть застосовуватись під час проведення ЕО у сфері ІБ та для подальших досліджень.

## ЛІТЕРАТУРА


1. Кини Р.Л. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения / Р.Л. Кини, Х. Райфа – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
2. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект / В. Г. Тоценко. – Киев: Наук. думка, 2002. – 381 с.
3. Гафт М.Г. Принятие решений при многих критериях / М.Г. Гафт. – М.: Знание, 1979. – 64 с.
4. Березовский Б.А. Об одном способе упорядочения критериев по важности / Б.А. Березовский, Л.М. Кемпнер // АиТ. –1979. – № 4. – С. 67–71.
5. Лебензон А.Б. Принцип упорядочения критериев при многокритериальных оценках / А.Б. Лебензон, Б.Г. Литвак // Изв. АН СССР. Тенх. кибернетика. – 1988. – № 6. – С. 49–53.
6. Многокритериальные задачи принятия решений / [под ред. Д.М. Гвишиани, С В. Емельянова]. – М.: Машиностроение, 1978. – 192 с.
7. Фарберов Д.С. Сравнение некоторых методов решения многокритериальных задач линейного программирования / Д.С. Фарберов, С.Г. Алексеев // Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1974. – Т.14. №6. – С. 178–180.
8. Тухвалов М.Б. Весовые методы в математическом программировании / М.Б. Тухвалов. – Ташкент: ФАИ, 1981. – 158 с.
9. Zeleny M. Compromise programming in M.K. Starr and M. Zeleny, Eds., Multiple Decision Making / Zeleny M. – Columbia: University of South Carolina Press, 1973. – 816 c.
10. Методы определения коэффициентов важности критериев / А.М. Анохин, В.А. Глотов, В.В. Павельев [и др.] // Журнал Автоматика и телемеханика. – Москва, 1997. – № 8. – С. 3–35.
11. Малаков И. Класификация на методи за определяне приоритета на критериите при избор на оптимален вариант на системи за нискостойностна автоматизация. / И. Малаков // Научни известия на НТС по Машиностроене. – 2008. – №3(106). – С. 29–40.
12. Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа. – М.: Радио и связь, 1982. – 185 с.
13. Мандель И.Д. Кластерный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.
14. Wei, T. H. The algebraic foundations of ranking theory Theses / T. H. Wei. Cambridge, 1952.
15. Saaty, T. Eigenvector and logarithmic least squares Text. / T. L. Saaty // Eur. J. Oper. Res. 1990. – vol. 48. – № 1. – P. 156–160.
16. Cogger, K.O., P.L. Yu. Eigenweight vectors and least-distance approximation for revealed preference in pairwise weight rations. // J. Optimiz. Theory and Appl. 1985. – vol.46. – №4. – P. 483–491.
17. Юшманов С.В. Метод нахождения весов, не требующий полной матрицы попарных сравнений / С.В. Юшманов // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука, 1990. – №2. – С. 186– 189.
18. Берж К. Теория графов и ее применения / К. Берж. – М.: Изд-во иностр. Лит., 1962. – 320 с.
19. Churchmen C.W., Ackoff R. An approximate Measure of Value // Operations Research, 1954, №2, P. 171–181.
20. Nelson W. L. On the use of optimization Theory for Practical Control System Design / W. L. Nelson // IEEE, Trans. on Automatic Control. – 1964. – V. AC-9. – № 4. – P. 469–477.
21. Подиновский В.В. Лексикографические задачи линейного программирования / В.В. Подиновський // журн. вычисл. матем. и мат. Физики. – 1972. – Т.12, №6. – С. 568–571.
22. Орлов А. И. Теория принятия решений: учебник. – М.: Экзамен, 2006. –573 с.
23. Sherali Hanit D. Equivalent weight for lexicographic multiobject programs, characterization, and computation / D. Sherali Hanit // Eur. J.Oper. Res. – 1982. – V. 11, № 4. – P. 367–379.
24. Юттлер Х. Линейная модель с несколькими целевыми функциями. / Х. Юттлер // Экономика и мат. методы. – 1977. – Т.3, №3. – С. 356–361.
25. Сербин И.В. Оценка значимости факторов в маркетинговых исследованиях банков / И.В. Сербин // Сб. науч. труд. – Пятигорск: СевКавГТУ. – 2005. – № 2. – С. 54–60.
26. Гермеер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1971. – 324 с.
27. Charsnes A., Cooper W.W. Management models and industrial applications of line programming, N.Y.: Wiley, 1961.
28. Szidarovszky F. I. Use of cooperative games in a multiobjective analysis of maning and environment / F. I. Szidarovszky, Bogardi, L. Duckstein // Proc. and International Conference on Applied numerical Modeling. Madrid. Spain. – 1978. – № 9. – P. 11–15.
29. Thurstone L. L. The measurement of valnes / L.L. Thurstone. – Chicago: The University of Chicago Press, 1959. – 322 p.
30. Глотов В.А. Метод определения коэффициентов относительной важности / В.А. Глотов // Приборы и системы управления. – 1976. – №8. – С. 17–22.

31. Rosner B.S. A new scaling technique for absolute judgement / B. S. Rosner // Psychometrica. – 1956. – V. 21, №4. – P. 377–381.

32. Раев А. Г. Об одном способе определения весовых коэффициентов частных критериев при построении аддитивного интегрального критерия // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука, 1984. – № 5. – С. 162–165.

Надійшла 02.02.2012

Рецензент: д.т.н., проф. Жуков І.А.